

Helsingin, Joensuun, Jyväskylän, Oulun ja Turun yliopisto  
Matematiikan valintakoe 28.5.2007

1. Ratkaise epäyhtälöt

(a)  $x^2 + 2x + 5 \leq 0$ ,

(b)  $2^{3x} < \frac{1}{4^x}$ .

2. Olkoon  $f(x) = x^3 - 3x^2$ . Etsi funktion  $f$  paikalliset ja absoluuttiset ääriarvot, kun  $x \geq -1$ .

3. Olkoon  $X$  satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on muotoa

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 & , 0 \leq x < 2, \\ \frac{1}{x} & , 2 \leq x < 2\sqrt{e}, \\ 0 & , \text{muulloin.} \end{cases}$$

(a) Määritä vakio  $c$ .

(b) Määritä satunnaismuuttujan  $X$  kertymäfunktio ja laske todennäköisyys  $P(X \geq 2\sqrt{e})$ .

4. Osoita, että kahden samankeskisen ympyrän väliin jäävän alueen ala on yhtä suuri kuin sen ympyrän ala, jonka halkaisija sivuaa pienempää ympyrää ja on suuremman ympyrän jänne.

5. Osoita, että 44448889 on kokonaisluvun neliö käyttämällä geometrisen summan kaavaa

$$1 + 10 + \dots + 10^n = \frac{10^{n+1} - 1}{9}, \quad n \in \mathbf{N}.$$