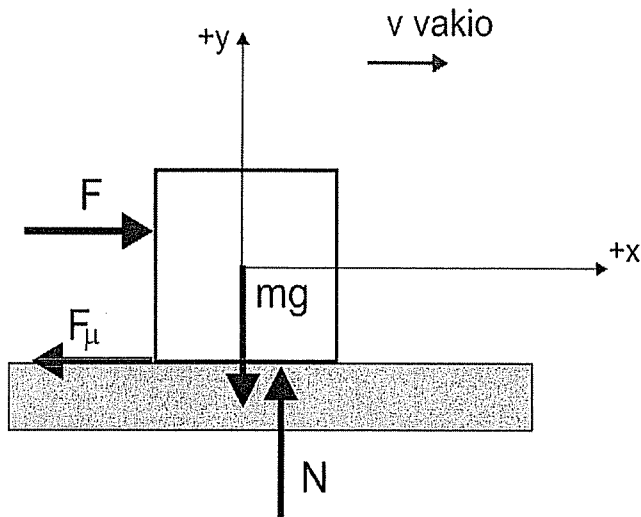


Tehtävä 1 a)



Voimakuvio (2 p.)

Nimeämiset

(Σ 2 p.):

Tukivoima N (1/2 p.) Jaana F (1/2 p.)

Gravitaatio mg (1/2 p.) Kitkavoima $F\mu$ (1/2 p.)

b) **NI:** $\Sigma F = ma$ & vakionopeus: $a = \frac{dv}{dt} = 0$

Kiihtyvyys nolla, voimat komponenteittain: (1 p.)

$$x: F - F\mu = 0$$

$$y: N - mg = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\rightarrow F = F\mu = \mu|N| = 0,25 \cdot 42 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 103,0 \text{ N} \approx 100 \text{ N}$$

(Hyväksytään myös 103 N) (1 p.)

c) Liike-energia vähenee nollaan kitkan tekemän työn takia (1 p.)

$$\Delta E_k = W$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_\mu s \quad (1 \text{ p.})$$

$$s = \frac{mv^2}{2F_\mu} = \frac{42 \text{ kg} (3,6 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 103,0 \text{ N}} = 2,64 \text{ m} \approx 2,6 \text{ m} \quad (1 \text{ p.})$$

Tai: c) –kohta tapa 2: NII: $\Sigma F = ma$

$$\rightarrow F_{\mu} = -\mu N = -\mu mg = ma \rightarrow a = -\mu g = \text{vakio} \quad (1 \text{ p.})$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v = v_0 + a t$$

Aika siihen, kun laatikko pysähtyy: $T = \frac{-v_0}{a} \quad (1 \text{ p.})$

Sijoitetaan T x:n lausekkeeseen:

$$x = v_0 T + \frac{1}{2} a T^2 = \frac{-v_0^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \approx 2.6 \text{ m} \quad (1 \text{ p.})$$

Tehtävä 2

a) Kiehumisen aikana teho menee olomuodon muuttamiseen. (1,5 p.)
Veden lämpötila ei muutu olomuodon muutoksessa, kiehumisessa. (1,5 p.)

b) Sulamispiste ja kiehumispiste saadaan kuvaajan taitepisteistä: (1 p.)

$$T_s = 440 \text{ K} \quad (\text{hyväksytään myös } 435\text{-}445 \text{ K}) \quad (1 \text{ p.})$$

$$T_k = 620 \text{ K} \quad (\text{hyväksytään myös } 615\text{-}625 \text{ K}) \quad (1 \text{ p.})$$

c) $Q = cm\Delta T$,

missä Q = lämpömäärä,

c = ominaislämpökapasiteetti,

m = massa ja

ΔT = lämpötilan muutos.

Ominaislämpökapasiteetti saadaan kuvaajasta suoran kulmakertoimesta: (1 p.)

$$c = Q/m\Delta T = \Delta E/m\Delta T = 100 \text{ kJ}/(1,2 \text{ kg} \cdot 140 \text{ K}) = 0,595 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$c \approx 0,60 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}. \quad (1 \text{ p.})$$

$$Q = rm \rightarrow r = Q/m$$

Ominaishöyrystyslämpö saadaan kuvaajan suorasta osuudesta: (1 p.)

$$r = Q/m = \Delta E/m = 200 \text{ kJ}/1,2 \text{ kg} = 167 \text{ kJ/kg} \approx 170 \text{ kJ/kg}. \quad (1 \text{ p.})$$

Tehtävä 3.

Kokonaisenergia on liike-energian ja potentiaalienergian summa:

$$E = K + U$$

Liike-energia on aina positiivinen.

a) **Tasapainokohdassa** potentiaalienergialla on minimi, käyrältä $x = 20 \text{ cm}$. (1 p.)

b) Luetaan käyrältä **potentiaalienergia** U paikassa $x = 16 \text{ cm}$: $U(16 \text{ cm}) = 4,0 \text{ J}$. (1 p.)

c) **Liike-energia** K on kokonaisenergian ja potentiaalienergian erotus

$$K = E - U \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{K(16 \text{ cm}) = 9,0 \text{ J} - 4,0 \text{ J} = 5,0 \text{ J}} \quad (1 \text{ p.})$$

d) **Kappale voi liikkua välillä**, jossa liike-energia on positiivinen, ts. potentiaalienergia on pienempi kuin kokonaisenergia. (1 p.)
Luetaan kuvasta: $14 \text{ cm} < x < 26 \text{ cm}$. (1 p.)

e) Jousen **potentiaalienergia** on muotoa

$$U = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2, \quad (1 \text{ p.})$$

missä Δx on etäisyys tasapainoasemasta. Tästä ratkaistaan jousivakio, esim. kohdassa $x = 16 \text{ cm}$, 4 cm päässä tasapainoasemasta:

$$\underline{k = 2U / (\Delta x)^2 = 2 \cdot 4,0 \text{ J} / (0,04 \text{ m})^2 = 5000 \text{ N/m}} \quad (1 \text{ p.})$$

f) **Jousivoima** paikassa $x = 16 \text{ cm}$ on

$$\underline{F = -k\Delta x = -5000(\text{N/m}) \cdot -0,04\text{m} = 200 \text{ N}} \quad (2 \text{ p.})$$

Voima on siirtymään nähden vastakkaissuuntainen.

Tehtävä 4

- a) Valon kokonaisheijastus voi tapahtua, kun valo saapuu rajapintaan optisesti tiheämmän aineen puolelta, jolla on suurempi taitekerroin n . (1 p.)
Kokonaisheijastus voi tapahtua, kun valo tulee vedestä. (1 p.)

Taiteumislain mukaan $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$, missä θ_1 on tulevan säteen ja pinnan normaalin välinen kulma ja θ_2 on taittuneen säteen ja normaalin välinen kulma. (1 p.)

Kokonaisheijastuksen rajakulma $\theta_2 = \theta_r$ saadaan, kun $\theta_1 = 90^\circ$ ($\sin \theta_1 = 1$) (1 p.)

Rajakulmalle $\sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1 / n_2 = n_1 / n_2 = 1,00 / 1,33 = 0,752$

$$\Rightarrow \theta_2 = \theta_r = 48,75^\circ \approx \underline{48,8^\circ} \quad (1 \text{ p.})$$

- b) Maija katselee pisteessä A veden pintaa kohti. Oheiseen kuvioon on piirretty kahden valonsäteen 1 ja 2 taittuminen. (1 p.)
Kuvion suorakulmaisesta kolmiosta ABC saadaan veden pinnalla ympyrän säteelle, josta halli näkyy:

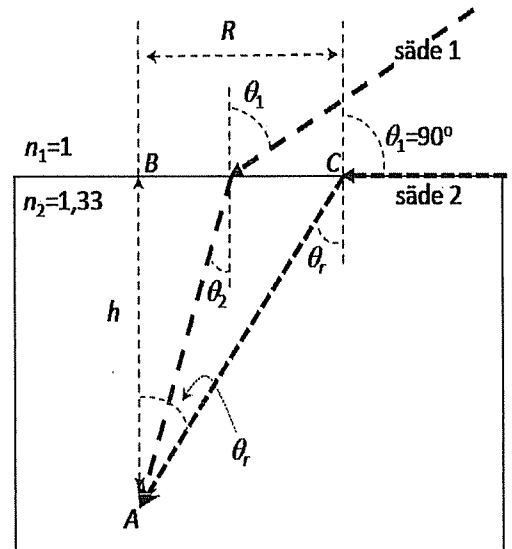
$$R / h = \tan \theta_r \Rightarrow R = h \tan \theta_r \quad (2 \text{ p.})$$

Ympyrän halkaisija D, josta halli näkyy on $2R$:

$$D = 2R = 2h \tan \theta_r$$

$$D = 2h \tan \theta_r = 2 \cdot 3,0 \text{ m} \cdot \tan 48,75^\circ = 6,8 \text{ m}$$

(2 p.)



Tehtävä 5

- a) Lukumäärä on kokonaisvaraus jaettuna elektronin varauksella:

$$N = \frac{-85 \times 10^{-9} \text{ C}}{-1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}} = 5,305 \times 10^{11} \approx 5,3 \times 10^{11} \quad (2 \text{ p.})$$

- b) Coulombin voima:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2} = 8,988 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(-85 \times 10^{-9} \text{ C})^2}{(0,045 \text{ m})^2}$$
$$\underline{\underline{= 0,0321 \text{ N} \approx 0,032 \text{ N}}} \quad (3 \text{ p.})$$

- c) Gravitaatiovoima ja Coulombin voima ovat itseisarvoltaan saman suuruiset: $G = F_C$ (1 p.)

$$|mg| = \left| \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q^2}{x^2} \right| \quad (1 \text{ p.})$$

$$\rightarrow x = |Q| \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{mg}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$= 85 \times 10^{-9} \text{ C} \sqrt{8,988 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \frac{1}{0,0016 \text{ kg } 9,8 \text{ m/s}^2}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{\underline{= 0,0644 \text{ m} \approx 6,4 \text{ cm}}} \quad (1 \text{ p.})$$

Tehtävä 6

- a) Sijoitetaan *hajoamislain* yhtälöön $t = T_{1/2}$ ja $N(T_{1/2}) = N_0/2$:

$$N(T_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} = N_0/2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2 \rightarrow -\lambda T_{1/2} = \ln 1/2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\underline{T_{1/2} = \ln 2 / \lambda} \quad \square \quad (1 \text{ p.})$$

- b) Sijoitetaan *hajoamislain* yhtälöön $t = 60 \text{ s}$ ja $N = N_0/4$:

$$N(60 \text{ s}) = N_0 e^{-\lambda \cdot 60 \text{ s}} = N_0/4 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\rightarrow 60 \text{ s} \cdot \lambda = \ln 4 \quad (1 \text{ p.})$$

$$\rightarrow \underline{\lambda = 0,023 \text{ s}^{-1}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$\text{Tai b) vaihtoehtoisesti: } T_{1/2} = 30 \text{ s} \rightarrow \lambda = \ln 2 / T_{1/2} = \ln 2 : 30 \text{ s} \quad (2 \text{ p.})$$

$$\underline{\lambda = 0,023 \text{ s}^{-1}} \quad (1 \text{ p.})$$

- c) Näytteen aktiivisuus määräytyy hajoavien ydinten lukumäärästä ja *hajoamisvakioista*:

$$A = \lambda N \quad (1 \text{ p.})$$

Hajoamislain perusteella saadaan, kun merkitään "kuolinhetki" $t = 0$:

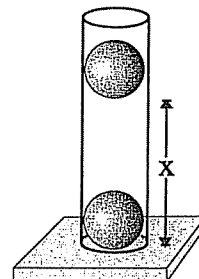
$$A(t) = A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\ln 2 \cdot t / T_{1/2}} \quad (1 \text{ p.})$$

$$-\ln 2 \cdot t / T_{1/2} = \ln(A/A_0) \quad (1 \text{ p.})$$

$$t = \ln(A_0/A) \cdot T_{1/2} / \ln 2 = \ln(255/98) \cdot 5730 \text{ a} / \ln 2 = 7905 \text{ a} \approx \underline{7900 \text{ a.}} \quad (1 \text{ p.})$$

5. Tarkastellaan kahta pientä korkkipalloa, joiden kummankin sähkövaraus on -85 nC .

- Kuinka monta ylimääräistä elektronia yhdessä pallossa on? (2 p.)
- Laske korkkipallojen välinen sähköinen voima kun ne ovat $4,5 \text{ cm}$ etäisyydellä toisistaan. (3 p.)
- Tarkastellaan nyt tilannetta, jossa pallot on sijoitettu päällekkäin oheisen kuvan mukaisesti. Kummankin korkkipallon massa on $1,6 \text{ g}$. Mille korkeudelle x ylempi pallo jää? (5 p.)



6. Radioaktiivisen näytteen nuklidin ytimien lukumäärä noudattaa hajoamislakia $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, missä λ on hajoamisvakio, N_0 on hajoavien ydinten lukumäärä alkutilanteessa ja $N(t)$ on ajan t kuluttua jäljellä olevien hajoavien ydinten lukumäärä.

- Ilmaise puoliintumisaika $T_{1/2}$ hajoamisvakion λ avulla. (3 p.)
- Radioaktiivisen näytteen aktiivisuus pienenee neljäsosaansa yhdessä minuutissa. Mikä on kyseisen aineen hajoamisvakio? (3 p.)
- Arkeologisen luunäytteen hiilen ^{14}C ominaisaktiivisuudeksi (aktiivisuus massayksikköä kohden) mitattiin 98 Bq/kg . Elävän organismin hiilen ^{14}C ominaisaktiivisuus on 255 Bq/kg . Laske luunäytteen ikä, kun ^{14}C :n puoliintumisaika on 5730 vuotta. (4 p.)

Taulukkotietoja:

normaaliputoamiskiihtyvyyden	$g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$
valon nopeus tyhjiössä	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
alkeisvaraus	$e = 1,6021773 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
elektronin lepomassa	$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
sähkövakio l. tyhjiön permittiivisyys	$\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Coulombin lain vakio	$k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$
veden taitekerroin	$n = 1,33$
Lämpökapasiteetti	$C = cm$
Lämpömäärä	$Q = cm\Delta T$
sulaminen	$Q = sm$
höyrystyminen	$Q = rm$
Taittumislaki	$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
Aktiivisuus (radioaktiivisuuden)	$A = \lambda N$ (λ hajoamisvakio)