

Fysiikan valintakoetehtävien ratkaisut v. 2009

1. a) Kun mäen pituus on s ja kaltevuuskulma α , on mäen korkeus $h = s \cdot \sin \alpha$. Mäen päällä potentiaalienergia on mgh ja mäen alla nolla. Mäen päällä liike-energia on nolla ja mäen alla $mv^2/2$. Koska energia säilyy, on

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2,$$

josta

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gs \cdot \sin \alpha} = 8,25 \text{ m/s} \approx 8,3 \text{ m/s}.$$

- b) Painovoiman normaalikomponentti mäen pintaa vastaan on $mg \cos \alpha$, joten kitkavoima on $F_\mu = \mu mg \cos \alpha$. Osa potentiaalienergiasta kuluu kitkatyöhön $F_\mu s = \mu mg \cos \alpha \cdot s$. Siis

$$mgh = \mu mg \cos \alpha \cdot s + \frac{1}{2}mv^2.$$

Tästä ratkaistuna

$$v = \sqrt{2(gh - \mu g \cos \alpha \cdot s)} = \sqrt{2gs(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)} = 3,19 \text{ m/s} \approx 3,2 \text{ m/s}.$$

- c) Tasaisella maalla kitkavoima on μmg . Kun kelkka kulkee tasaisella maalla matkan d , on kitkavoiman tekemä työ μmgd . Kelkka kulkee, kunnes kitkavoima on kuluttanut koko liike-energian. Siis

$$\mu mgd = \frac{1}{2}mv^2,$$

josta

$$d = \frac{v^2}{2g\mu} = \frac{2gs(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{2g\mu} = \frac{s(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu} = 3,46 \text{ m} \approx 3,5 \text{ m}.$$

2. a) Kun lämmitysteho on P , on ajassa t lämmitykseen käytetty energia Pt . Veden kuumentamiseen tarvittava energia on $c_v m_v \Delta T$, missä c_v on veden ominaislämpökapasiteetti, m_v on käytetyn vesimäärän massa ja ΔT on lämpötilan muutos. Siis $Pt = c_v m_v \Delta T$, mistä

$$t = \frac{c_v m_v \Delta T}{P} = \frac{4,19 \text{ kJ/kg K} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 85 \text{ K}}{2,0 \text{ kW}} = 267 \text{ s} \approx 4 \text{ min } 27 \text{ s}.$$

- b) Jään lämmittämiseen sulamispisteeseen tarvitaan energia $c_j m_j \Delta T_j$ ja sulattamiseen energia sm_x , missä c_j ja s ovat jään ominaislämpökapasiteetti ja sulamislämpö, m_j on jään massa ja ΔT_j sulamislämpötilan ja alkulämpötilan ero. Mikäli kattilassa olevan veden luovuttama lämpömäärä ei riitä sulattamaan kaikkea jäätä, on $c_v m_v \Delta T_{100} = c_j m_j \Delta T_j + sm_x$. Tästä ratkaistuna

$$m_x = \frac{c_v m_v \Delta T_{100} - c_j m_j \Delta T_j}{s} \Rightarrow$$

$$m_x = \frac{4,19 \text{ kJ/kg K} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot 100 \text{ K} - 2,09 \text{ kJ/kg K} \cdot 2,0 \text{ kg} \cdot 10 \text{ K}}{333 \text{ kJ/kg}} = 1,76 \text{ kg},$$

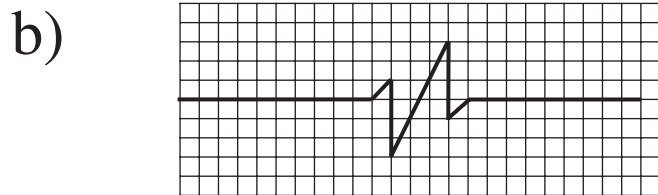
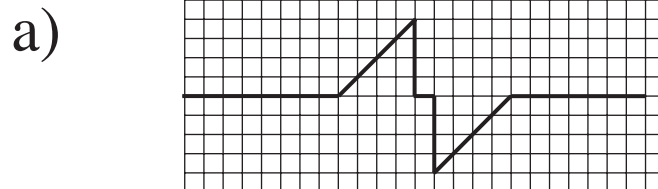
joten sulamatta jääneen jään massa on

$$(2,0 - 1,76) \text{ kg} = 0,24 \text{ kg}.$$

- c) Nyt on otettava huomioon kattilan kuumentamiseen tarvittava energia. Tämä on $C_k \Delta T$, missä C_k on kattilan lämpökapasiteetti. Siis $Pt = (c_v m_v + C_k) \Delta T$, mistä

$$t = \frac{(c_v m_v + C_k) \Delta T}{P} = \frac{(4,19 \text{ kJ/kg K} \cdot 1,5 \text{ kg} + 0,68 \text{ kJ/K}) \cdot 85 \text{ K}}{2,0 \text{ kW}} = 296 \text{ s} \approx 4 \text{ min } 56 \text{ s.}$$

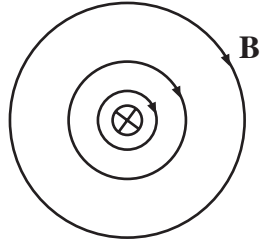
3. Kuvat:



- c) Kielen pituus on $4,5$ aallonpituutta, joten aallonpituus on $2 \cdot L/9$.
4. a) Kahden vastuksen rinnankytkennän resistanssi on $R/2$. Kun tämän kanssa kytketään sarjaan kolmas vastus, on resistanssi $3R/2$. Kaksi tällaista kytkentää rinnakkain tuottaa resistanssin $3R/4$. Kun tämän kanssa sarjaan kytketään vielä yksi vastus, saadaan kokonaisresistanssiksi $7R/4$.
- b) Kahden kondensaattorin rinnankytkennän kapasitanssi on $2C$. Kun tämän kanssa kytketään sarjaan kolmas kondensaattori, saadaan kapasitanssi $2C/3$. Kaksi tällaista kytkentää rinnakkain tuottaa kapasitanssin $4C/3$. Kun tämän kanssa kytketään sarjaan vielä yksi kondensaattori, saadaan kokonaiskapasitanssiksi $4C/7$.
- c) Kun jännitelähde on ollut kauan kytkettynä piiriin vastusten kautta kulkee vakiovirta. Koska rinnan kytkettyjen vastusten resistanssi on $R/2$, on syntyneessä jännitteenjakojussa kondensaattorin jännite $U/3$. Tällöin kondensaattorin varaus on

$$Q = \frac{CU}{3} = \frac{120 \mu\text{F} \cdot 12 \text{ V}}{3} = 480 \mu\text{C}.$$

5. a) Kuvassa virran kulkusuunta on sisäänpäin.



- b) Poistovoima.
 c) Kohta E).
6. a) Elektroni saa kiihdytyksessä energian eU , joten liike-energia on

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 31 \cdot 10^3}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ m/s} \approx 10^8 \text{ m/s}.$$

- a) Elektroni saa putkessa energian eU . Syntyvän fotonin aallonpituus on pienin, jos fotoni saa kaiken tämän energian. Siis

$$eU = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3,0 \cdot 10^8}{1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 31 \cdot 10^3} \text{ m} = 40 \text{ pm}.$$

- c) Koska kvantin energia on hc/λ , on kvantin aallonpituus pieni silloin, kun energia on suuri. Suurin mahdollinen energia, jonka röntgenkvantti voi saada, on elektronin kiihdytyksessä saaman energian suuruinen. Siis

$$\frac{hc}{\lambda} \leq eU$$

joten välttämättä

$$\lambda \geq \frac{hc}{eU}.$$